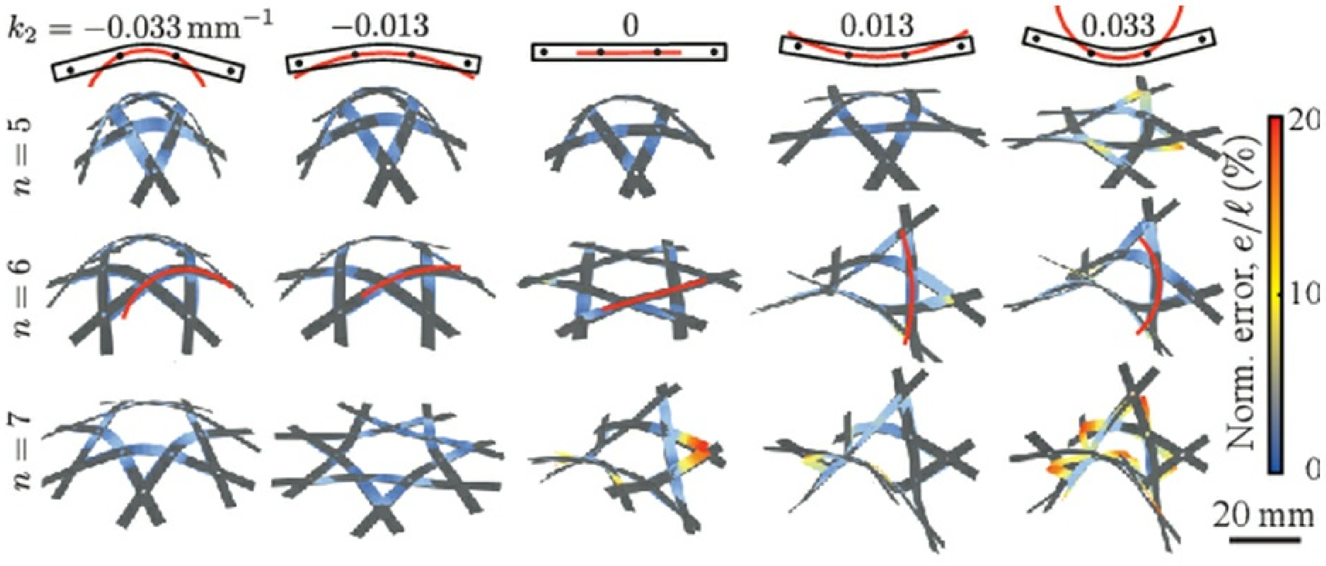
Canestri gaussiani e il fascino della geometria

A. Bettini 29-11-2021 http://www.primapagina.sif.it/article/1405

"Quando sto lavorando a un problema non penso mai alla bellezza. Ma quando ho finito, se la soluzione non è bella, so che è sbagliata". Così scriveva Richard Buckminster Fuller (1895-1983), architetto americano divenuto famoso per le sue cupole geodetiche. Le concepiva e realizzava con elementi prefabbricati di metallo o plastica, congiunti in forme geometriche studiate per approssimare una superficie sferica ed essere leggere e allo stesso tempo strutturalmente solide. Belle da vedere, se la soluzione era quella giusta.

Nel suo padiglione degli USA all'EXPO67 a Montreal, la superficie è un tassellamento di centinaia di esagoni, come la superficie di un alveare. Ma a differenza di questa, 12 dei suoi elementi sono pentagoni. È difficile vederli, se non si sa che ci sono. Che non sia possibile realizzare una gabbia chiusa con soli esagoni e che si debbano includere esattamente 12 pentagoni si ricava dall'equazione dei poliedri, formulata da Eulero nel 1752. Questa stabilisce che per ogni poliedro la somma del numero delle facce e di quello dei vertici è uguale al numero di spigoli più 2. E così nel pallone da calcio, tronco di icosaedro, ci sono 20 esagoni e 12 pentagoni.

E un tronco di icosaedro è C_{60}, la molecola più bella di tutte, scoperta da Harold Kroto, Richard Smalley, Robert Curl e dai loro studenti nel 1985 (Premio Nobel per la Chimica 1996). Fu battezzata da Kroto "buckminsterfullerene", ricordando il padiglione che all'EXPO67 "dominava l'orizzonte", senza però aver notato i pentagoni. Il nome è troppo lungo, e oggi è semplificato in fullerene. L'esperimento avvenne nei primi 10 giorni di settembre alla Rice University di Dallas: cercavano nella condensazione di un vapore di carbonio la presenza di catene e di cluster come quelli che potrebbero formarsi vicino a stelle. Trovarono un forte segnale inaspettato di una molecola composta da 60 atomi. La studiarono e cercarono di capirne la forma. L'ipotesi che fosse un foglietto di esagoni piano, come la grafite, fu subito esclusa perché avrebbe avuto almeno una ventina di legami pendenti e avrebbe quindi dovuto essere molto reattiva, il che non era. Avrebbe potuto essere una gabbia chiusa, ma i modellini che costruivano mettendo assieme esagoni di carta non si volevano curvare. Come ricorda Kroto nella lezione che tenne in occasione del conferimento del Premio Nobel, erano a cena in un ristorante messicano, quando ricordò di aver dovuto includere dei pentagoni costruendo una palla di esagoni per i figli. Smalley provò a farlo, e la struttura cominciò a curvarsi, fino a chiudersi in un pallone da calcio quando inserì il dodicesimo.



Celle unitarie in tessuto triassiale con differenti numeri n di nastri e diverse curvature nel piano, k, del segmento di mezzo. / Unit cells in triaxial fabric with different numbers n of ribbons and different curvatures in the plane, k, of the middle segment.
Phys. Rev. Lett. **127**, 104301 (2021), DOI 10.1103/PhysRevLett.127.104301

Maglie esagonali sono caratteristiche dei tessuti triassiali, nei quali, a differenza di una trama e un ordito tra loro perpendicolari, gli elementi strutturali, fili, nastri o lamine, si intrecciano in tre direzioni, tipicamente a 60˚ tra loro. Il prodotto unisce leggerezza e stabilità meccanica con caratteristiche di quasi isotropia per le direzioni sulla sua superficie. La tecnica, millenaria, fu sviluppata soprattutto in Giappone (mutsume-ami, kagome-ami) per costruire canestri ed altri manufatti con lamine di bambù e per creare, giocando con i colori delle lamine, artistiche geometrie, elementi della cultura giapponese. Gli artigiani hanno sviluppato nel tempo conoscenze empiriche sul come e dove collocare i "difetti topologici", quali i pentagoni del fullerene, necessari per ottenere la curvatura gaussiana desiderata della superficie.

Tuttavia, la curvatura ottenuta in questo modo è, attorno ai difetti, discreta, il che limita le forme realizzabili. In un recente articolo, pubblicato sulla rivista Physical Review Letters, si propone un modo di superare il limite: gli autori sono ricercatori tecnologi del Politecnico di Losanna (EPFL) insieme all’artista Alison G. Martin che esplora, coniugando arte e scienza, metodi di tessitura per la creazione di nuove forme (immagine di apertura).

La proposta è di usare nastri non rettilinei ma con un tratto curvo nel loro piano. Gli autori dimostrano con esperimenti e codici di simulazione come variando la curvatura piana degli elementi (immagine nel testo) sia possibile realizzare e variare con continuità la curvatura gaussiana del tessuto, ottenendo forme impossibili altrimenti.

Scopri di più: 1, 2, 3

Gaussian baskets and the charm of geometry

"When I am working on a problem, I never think about beauty. But when I have finished, if the solution is not beautiful, I know it is wrong". So wrote Richard Buckminster Fuller (1895-1983), the American architect who became famous for his geodesic domes. He conceived and created them with prefabricated elements of metal or plastic, joined in geometric shapes designed to approximate a spherical surface and to be light and structurally solid at the same time. Beautiful to see, if the solution was the right one.

In his US pavilion at EXPO67 in Montreal, the surface is a tessellation of hundreds of hexagons, like the surface of a beehive. But unlike this, 12 are pentagons. It's hard to see them if you don't know they are there. Indeed, from the Euler polyhedron formula (1752) it is easy to find that it is not possible to make a closed cage with only hexagons and that exactly 12 pentagons must be included. The equation says that for every polyhedron the sum of the number of faces and that of the vertices is equal to the number of edges plus 2. And so, in the football ball, a truncated icosahedron, there are 20 hexagons and 12 pentagons.

And a truncated icosahedron is C_{60}, the most beautiful molecule of all, discovered by Harold Kroto, Richard Smalley, Robert Curl and their students in 1985 (Nobel Prize for Chemistry 1996). It was baptized by Kroto "buckminsterfullerene", remembering the US pavilion that at EXPO67 "dominated the horizon", without however having noticed the pentagons. The name is too long, and today it is simplified to fullerene. The experiment took place in the first 10 days of September at the Rice University in Dallas. They were looking for the presence of chains and clusters in the condensation of a carbon vapor, like those that might form near stars. They found an unexpected strong signal from a molecule of 60 carbon atoms. They studied it and tried to understand its shape. The hypothesis that it was a flat sheet of hexagons, such as in graphite, was immediately ruled out because it would have had at least twenty dangling bonds on the perimeter and should therefore have been very reactive, which it was not. It could have been a closed cage, but the models they built by putting together paper hexagons didn't want to bend. They were, as Kroto recalls in the Nobel lecture, having dinner in a Mexican restaurant, when he remembered having had to include pentagons when building a ball of hexagons for his children. Smalley tried to do this, and the structure began to curve, until it closed in a football ball when he inserted the twelfth.

Hexagonal meshes are characteristic of triaissial fabrics, in which, unlike a weft and a warp perpendicular to each other, the structural elements, threads or ribbons are intertwined in three directions, typically at 60° between them. The woven product combines lightness and mechanical stability with characteristics of near isotropy for the directions on its surface. The thousands-year-old technique was developed above all in Japan (mutsume-ami, kagome-ami) to weave baskets and other artifacts with bamboo strips creating artistic geometries, elements of the Japanese culture, playing with the colours of the strips. Basketmakers developed over time empirical knowledge on how and where to place the "topological defects", such as the pentagons of the fullerenes, necessary to obtain the desired Gaussian curvature of the surface.

However, the curvature obtained in this way is discrete, located around the defects. This limits the achievable shapes. A recent article, published by Physical Review Letters, proposes a way to overcome the limit. The authors are technological researchers from the Polytechnic of Lausanne (EPFL) together with the artist Alison G. Martin who explores, combining art and science, weaving methods for the creation of new shapes (opening image).

The proposal is to use ribbons that are not straight but curved in their plane. The authors demonstrate with experiments and simulation codes how by varying the plane curvature of the elements (image in the text) it is possible to create and vary with continuity the Gaussian curvature of the fabric, obtaining shapes that would otherwise be impossible.

Learn more about: 1, 2, 3

Alessandro Bettini – Professore emerito presso l'Università di Padova, fisico sperimentale di particelle elementari, ha condotto e diretto esperimenti al CERN e LNGS. È autore di più di 200 pubblicazioni scientifiche e di volumi di fisica generale e particelle elementari e per il pubblico. È socio dell'Accademia Galileiana di Scienze Lettere e Arti, della SIF, di cui è stato vicepresidente, e fellow dell'EPS.
Professor emeritus at Padua University and experimental physicist in elementary particle physics, he has performed and led experiments at CERN and LNGS. He is the author of more than 200 scientific publications and of volumes in General Physics and Elementary Particles for the general public. He is a member of the Accademia Galileiana di Scienze Lettere e Arti, of the SIF, of which he has been the vice-president, and fellow of the EPS.